



TITLE:

# 湖の富栄養化と人々の協力:生態系 と社会経済結合ダイナミクス (第 4回生物数学の理論とその応用)

AUTHOR(S):

大野(鈴木), ゆかり

---

CITATION:

大野(鈴木), ゆかり. 湖の富栄養化と人々の協力:生態系と社会経済結合ダイナミクス (第4回生物数学の理論とその応用). 数理解析研究所講究録 2008, 1597: 151-156

ISSUE DATE:

2008-05

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/81736>

RIGHT:

## 湖の富栄養化と人々の協力：生態系と社会経済結合ダイナミクス

九州大学大学院理学研究院 大野（鈴木）ゆかり（Yukari Suzuki-Ohno）

Department of Biology, Faculty of Sciences,  
Kyushu University

### 1. 序文

湖の水質汚染においては、人が排出するリンが大きな影響を与える。そのため、人々のリン排出の行動選択のダイナミクスと、人が排出するリンによる湖の水質汚染のダイナミクスをひとつにしたモデルの構築・解析を行うことが重要となる。我々のモデルでは、人々は経済的コストと社会的圧力のバランスによって、水質改善に協力するかしないかを決定する。社会的圧力は、周りの人が協力していると協力するようになる同調性と、湖の水質が悪くなると協力するようになる水質汚染に対する社会的関心、という二つの要因に影響される、という前提を置いた。湖については、[1]その年の人が排出したリンの総量と湖の水質汚染が線形の関係である、湖水の入れ替えのスピードが速い小さな湖、[2]比較的湖水の入れ替えのスピードが遅い湖と、[3]湖底の泥からの巻き上げや大型水生植物群落の消長によって、リンの流入に対して非線形の応答を示す大きな湖、の3つのモデルを想定した。それぞれ人の行動選択ダイナミクスと組み合わせ、これらのモデルの基本的な振る舞いを調べる。また、大きな湖での陸水学的な非線形性はレジームシフトと呼ばれる、突然の生態系の変化・崩壊を引き起こす要因として近年注目されている。そのため、レジームシフトを抑制するためにはどうしたらいいのか、パラメータを変化させて振る舞いを見る。

### 2. モデル

#### 2.1 人々の協力レベル

人の行動選択のモデルについては、Iwasa et al. (2007)のものを使う。このモデルでは、多くの人々が湖の水質汚染に関わっている、と仮定している。人々はリンの排出量の多い選択肢 H か、リンの排出量の少ない選択肢 L かどちらかを選択する。どちらかを選択するかは、以下の式(1)の  $F$  の値に依存する。

$$F = \gamma(1 + \xi x_t)(1 + \kappa y_t) - (c_L - c_H) \quad (1)$$

$F$  の最初の項は選択肢 L を選ぶ社会的圧力を示していて、次の項が経済的コストの差を表している。社会的圧力は、基本値の  $\gamma$  と人の協力レベル  $x$  と湖の汚染レベル  $y$  に影

響を受ける。人は、他の人が協力するほど、同調性によって協力するようになる（例、Pillutla and Chen 1999; Fischbacher et al. 2001）。この同調性によって、協力レベルの履歴効果が生じる。また、汚染レベルが高くなるほど、水質汚染に対する社会的関心により、協力するようになる（Milinski et al. 2006）。経済的コストに関しては、通常リンの排出が少ない方が経済的コストは高くなるので、 $c_L > c_H$ とおく。この $F$ の値が正である場合は、人は選択肢 L を選ぶ確率が高く、負である場合は、選択肢 H を選ぶ確率が高くなる。

この $F$ の値を使って、次の年の協力レベルの変化が以下の式(2)によって変化すると仮定している。

$$x_{t+1} = (1-s)x_t + \frac{s}{1+e^{-\beta F}} \quad (2)$$

$s$ は人々の選択の変化率を示している。 $\beta$ はランダム性を表していて、 $\beta$ が1に近いほど、 $F$ の値をもとに選択が行われ、0に近いほど、選択はランダムに行われる。この研究では、 $\beta=1$ を設定している。二項目は、進化ゲーム理論での stochastic best response を表す“logit dynamics”である（Hofbauer and Sigmund 2003）。logit dynamics は Carpenter et al. (1999b)や Satake and Iwasa (2006)でも使用されているが、それらの式には社会的圧力は含まれていない。

## 2.2 湖の汚染レベル

### [1]湖水の入れ替えのスピードが速い小さな湖

湖水の入れ替えのスピードが速く、その年の人が排出したリンの総量と湖の水質汚染が線形の関係であるとする、 $y_t = p(x_t)$ とおける。 $p(x_t)$ は人が排出したリン濃度の関数  $p(x_t) = p_H(1-x_t) + p_L x_t$  を示している。

### [2]比較的入れ替えのスピードの遅い湖

湖水の入れ替えのスピードが比較的遅く、前年の湖の水質汚染の影響を受けるとすると、 $y_{t+1} = (1-\alpha)y_t + \alpha p(x_t)$ とおける。 $\alpha$ は湖の水の入れ替え率を示している。

### [3]陸水学的な非線形を生じる大きな湖

大きな湖の水質汚染は、湖底の泥からの巻き上げや大型水生植物群落の消長を考慮すると、リンの流入に対して、単純な線形ではなく、非線形の応答を示す。湖の水質のモデルは Carpenter et al. (1995a)を使用する。

$$y_{t+1} = (1-\alpha)y_t + \alpha\{\pi(y_t) + p(x_t)\} \quad (3)$$

二項目の括弧の中関数  $\pi$  は、リンの水の入れ替え率に対する相対的なリンの巻き上げ率を示している。

$$\pi(y_i) = \frac{ry_i^q}{m^q + y_i^q} \quad (4)$$

このリンの巻き上げによって、汚染レベルの履歴効果が生じる。この研究では、 $m=1$ 、 $q=2$ とした。

### 3. 結果

#### 3.1 モデル[1]での振る舞い

水の入れ替えが速い湖での水質汚染の変動は、協力レベルの高い平衡点と低い平衡点の双安定が生じることがあった。これは人の協力レベルの同調性によってもたらされた、履歴効果によるものである。

また、人の意見を変えるスピード ( $s$ ) が速い場合は、二年周期やカオスといった激しい変動を生じやすいが、意見を変えるスピードが遅い場合は、安定になりやすい。

#### 3.2 モデル[2]での振る舞い

水の入れ替えが遅い湖でも、協力レベルの高い平衡点と低い平衡点の双安定が生じることがあった。また、人の意見を変えるスピードが湖の水の入れ替えのスピードよりも速い場合 ( $s > \alpha$ )、長い周期のサイクルが生じる場合があった。これらも人の協力レベルの同調性によってもたらされた、履歴効果によるものである。

#### 3.3 モデル[3]での振る舞い

人と湖の二つの履歴効果が大きいと、複数の平衡点が生じる。最大で9つの平衡点が生じ、そのうち安定な平衡点は4つある。協力レベルと汚染レベルの初期値によって、どの平衡点に収束するのかが決まる。

また、安定な平衡点がない場合は、サイクルが生じる。協力レベルの履歴効果だけがある場合、人の変化スピードが速い場合 ( $s > \alpha$ ) はサイクルが生じるが、湖の変化スピードが速い場合 ( $s < \alpha$ ) は一定の値になる。汚染レベルの履歴効果だけがある場合 ( $s > \alpha$ )、逆に人の変化スピードが速い場合は一定の値になるが、湖の変化スピードが速い場合 ( $s < \alpha$ ) はサイクルが生じる。このように、大きな湖では、協力レベルの履歴効果がなくとも汚染レベルの履歴効果によって長い周期のサイクルがみられた。このサイクルは、突然湖のリン濃度が上昇し、なかなか減少しないレジームシフトを示している。

### 3.4. レジームシフトの抑制

湖のモデル[3]を使い、人々の協力レベルを上げることによって、湖のレジームシフトを抑制することを考える。その場合、同調性 ( $\xi$ ) を高める方法と、経済的コストの差 ( $c_L - c_H$ ) を小さくする方法、社会的関心 ( $\kappa$ ) を高める方法がある。しかし、一旦湖の水質が改善されたとしても、湖の環境の変化（護岸工事や侵入生物など）によって、湖の水質が悪化することも考えられるため、湖の環境の変化があったとしても、水質が悪化しないような、頑強な平衡点が望まれる。そこで、人の協力レベルのパラメータを変化させて、水質が改善した後に、湖のリンの相対的巻き上げ率 ( $r$ ) が変化した場合の人の協力レベルと湖の汚染レベルの変化を調べる。

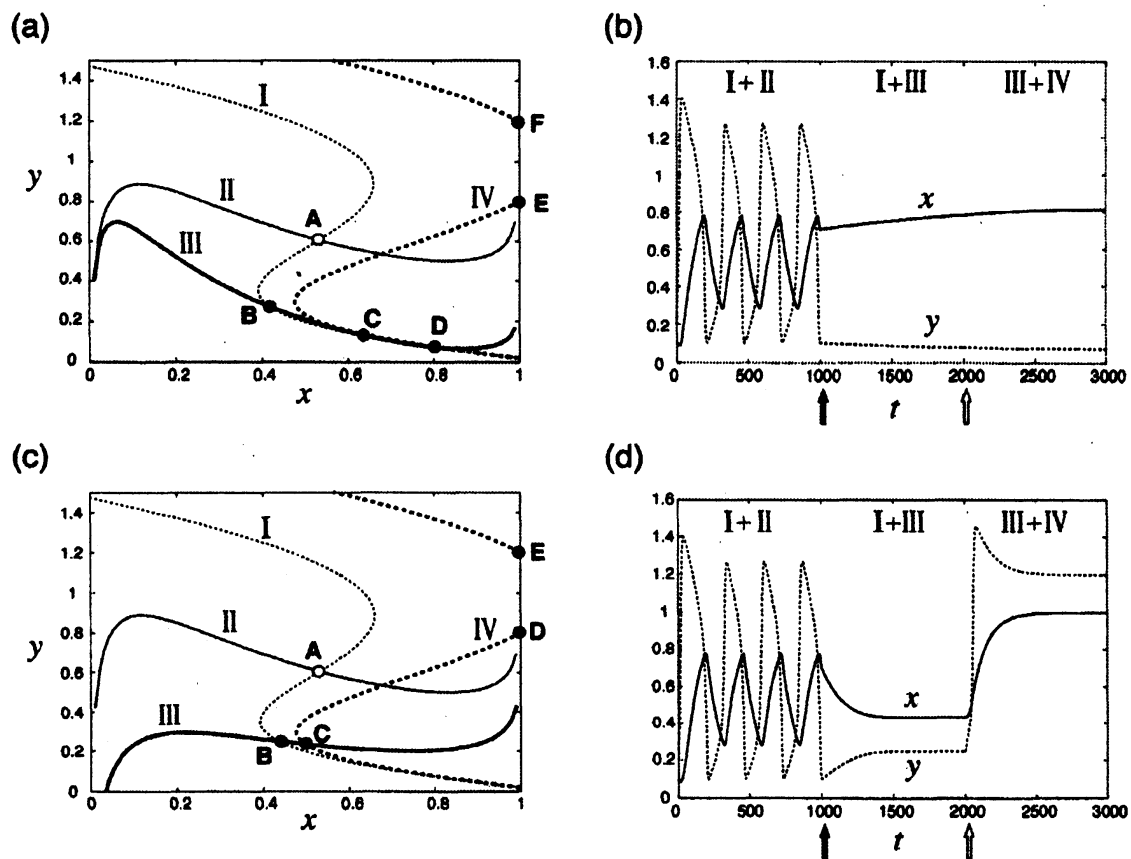


図1: 平衡点の湖の環境の変化に対する頑強性。(a) 4つのアイソクライン。 $r=1.8$  (I),  $\xi=2.0$  (II),  $\xi=4.0$  (III),  $r=2.0$  (IV)。(b)  $t=1000$ で $\xi$ が2.0から4.0に変化し(黒矢印)、 $t=2000$ で $r$ が1.8から2.0に変化した時(白矢印)のダイナミクス。(c)  $r=1.8$  (I),  $c_L - c_H = 8.0$  (II),  $c_L - c_H = 5.5$  (III),  $r=2.0$  (IV)。(d)  $c_L - c_H$ が8.0から5.5に変化し(黒矢印)、 $r$ が1.8から2.0に変化した時(白矢印)のダイナミクス。他のパラメータ設定は $s=0.01$ ,  $\gamma=2$ ,  $\kappa=1.6$ ,  $\alpha=0.5$ ,  $p_H=0.24$ ,  $p_L=0.02$ 。

$r=1.8$  (I) の時、不安定な平衡点 A が存在し、レジームシフトが生じる (図 1)。同調性  $\xi$  を 5.0 に増加させると、人の協力レベルが増加して湖の汚染レベルが減少する (図 1(a) 平衡点 D)。このように協力レベルが高い平衡点では、リンの相対的巻き上げ率  $r$  が高くなっても、水質は悪化しない (図 1(b))。しかし、経済的コストの差  $c_L - c_H$  が小さくなる場合、協力レベルがそれほど増加しなくとも、湖の履歴効果によって汚染レベルが低くなる場合がある (図 1(c) 平衡点 B)。このような平衡点の場合、 $r$  が高くなると、水質が悪化してしまう (図 1(d))。湖の変化に対して頑強な平衡点が生じるためには、協力レベルが高くなるまで経済的コストの差を小さくする必要がある。水質汚染に対する社会的関心を高める場合でも、経済的コストの差を小さくする場合と同様の振る舞いが見られた。

#### 4. 考察

このモデルでは、Carpenter et al. (1999a) とは違い、協力レベルの履歴効果によってサイクルが見られることもあった。協力レベルの履歴効果は、主に同調性によって引き起こされるため、同調性がダイナミクスに大きな影響を与える。

また、湖の水質改善に関しては、湖の水質をただ改善するだけでなく、湖の環境の変化に対しても頑強な状態を作り出すことが望ましい。そのためには、高い協力レベルで低い汚染レベルの安定な平衡点を作ることを目指さなくてはならない。この場合でも、同調性が大きな影響を与える。同調性を高めることで、高い協力レベルで低い汚染レベルの安定な平衡点が作りやすい。つまり、周辺住民の共同作業による水質改善などにより結束力・同調性を高めることが非常に有効であることがわかった。

#### 引用文献

- Carpenter S, Ludwig D, and Brock WA (1999a) Management of eutrophication for lakes subject to potentially irreversible change. *Ecological Applications* 9: 751-771.
- Carpenter S, Brock WA and Hanson P (1999b) Ecological and social dynamics in simple models of ecosystem management. *Conservation Ecology* 3(4): [online]  
 URL: <http://www.consecol.org/vol3/iss2/art4/>.
- Fischbacher U, Gächter S and Fehr E (2001) Are people conditionally cooperative? Evidence from a public goods experiment. *Economics Letters* 71: 397-404.
- Hofbauer J and Sigmund K (2003) Evolutionary game dynamics. *Bulletin of the American Mathematical Society* 40: 479-519.
- Iwasa Y, Uchida T, and Yokomizo H (2007) Nonlinear behavior of the socio-economic

dynamics for lake eutrophication control. *Ecological Economics* (in press).

Milinski M, Semmann D, Krambeck H, and Marotzke J (2006), Stabilizing the earth's climate is not a losing game: Supporting evidence from public goods experiments.

*Proceedings of the National Academy of Sciences of USA* 103: 3994-3998.

Murray JD (2002) *Mathematical Biology*. 2<sup>nd</sup> edition. Springer-Verlag.

Ostrom E (1990) *Governing the commons*. Cambridge University Press. Cambridge.

Pillutla MM and Chen X-P (1999) Social norms and cooperation in social dilemmas: the effects of context and feedback. *Organizational Behavior and Human Decision Processes* 78: 81-103.

Satake A and Iwasa Y (2006) Stochastic model for land use dynamics in forest ecosystems: show ecological processes cause the landowner's decision making to deviate from the social optimum. *Ecological Research* 21: 370-379.